

**CHAPITRE I. Etat de l'art**

<b>CHAPITRE I. Etat de l'art .....</b>	<b>29</b>
--	-----------

<b>I.1. Le contact en frottement sec : généralités.....</b>	<b>31</b>
I.1.1. Notion de troisième corps .....	31
I.1.1.1 <i>Le triplet tribologique</i> .....	31
I.1.1.2 <i>Le circuit tribologique</i> .....	32
I.1.1.3 <i>L'accommodation de vitesse</i> .....	33
I.1.2. La modélisation tribologique .....	34
I.1.3. Contact unilatéral .....	34
I.1.4. Lois de frottement .....	35
I.1.4.1 <i>Loi de Coulomb ou d'Amontons</i> .....	35
I.1.4.2 <i>Loi de Tresca</i> .....	36
I.1.4.3 <i>Lois à coefficient de frottement variable</i> .....	37
<b>I.2. Instabilités générées dans un contact frottant .....</b>	<b>38</b>
I.2.1. Présentation des instabilités .....	38
I.2.2. Origine des instabilités : revue bibliographique .....	39
I.2.2.1 <i>Variation du coefficient de frottement</i> .....	40
I.2.2.2 <i>Remarques sur la nature du coefficient de frottement dynamique</i> .....	41
I.2.2.3 <i>Sprag-slip</i> .....	43
I.2.2.4 <i>Influence des paramètres matériaux dans l'apparition des instabilités</i> .....	43
I.2.3. Critères mathématiques de caractérisation d'instabilités .....	43
I.2.3.1 <i>Instabilités par divergence et par flottement (« flutter »)</i> .....	44
I.2.3.2 <i>Bifurcation de Hopf</i> .....	44
<b>I.3. Terminologie des problèmes vibratoires liés au freinage .....</b>	<b>45</b>
I.3.1. Vibrations de corps rigide .....	45
I.3.2. Vibrations auto-entretenues .....	46

## I.1. LE CONTACT EN FROTTEMENT SEC : GENERALITES

### I.1.1. Notion de troisième corps

Depuis les années 1950, la tribologie est passée de l'étude des massifs (des volumes) à celle des surfaces. Au début des années 1970, Godet [GODE 84] introduit la notion de troisième corps afin d'aider à la compréhension de la dynamique des interfaces et ainsi apporter une meilleure compréhension des mécanismes de frottement et d'usure [BERT 95]. Cette notion s'articule autour de trois concepts : le triplet tribologique, le circuit tribologique et le mécanisme d'accommodation de vitesse.

#### I.1.1.1 Le triplet tribologique

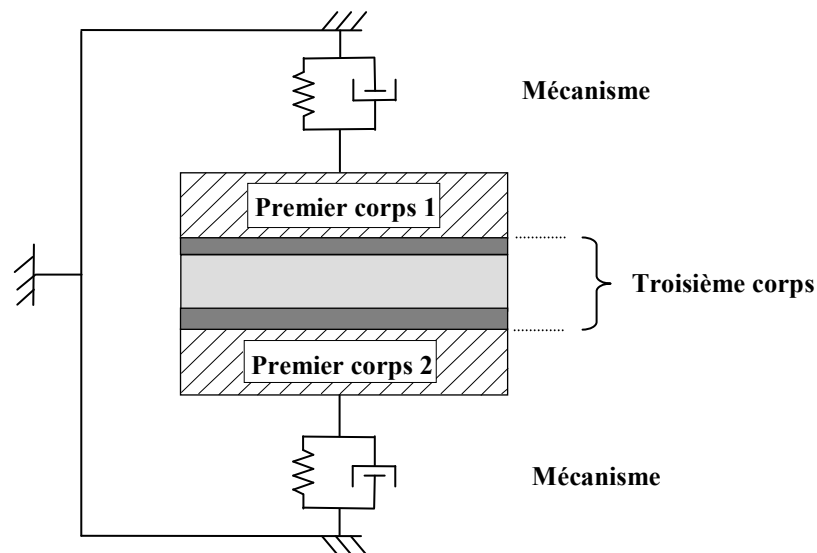


Figure I-1. Représentation schématique du triplet tribologique

L'étude d'un mécanisme frottant nécessite la compréhension de phénomènes apparaissant à différentes échelles, d'où l'introduction du concept de triplet tribologique (Figure I-1). Ce concept permet l'appréhension des phénomènes relatifs au frottement en prenant en compte les trois échelles suivantes :

- échelle du mécanisme : il s'agit des diverses sollicitations du contact (force, déplacement) qui sont transmises via un certain nombre de composants qui introduisent une certaine raideur et un certain amortissement ;
- échelle des premiers corps : il s'agit de la réponse aux sollicitations du mécanisme, qui intervient au niveau des matériaux (au niveau du volume) ;
- échelle du troisième corps : il s'agit de l'interface existant entre les premiers corps en contact.

La couche de troisième corps peut avoir différents ordres de grandeur suivant le mécanisme considéré (ex : 50  $\mu\text{m}$  sur un rail, échelle moléculaire sur un disque dur) et a au moins quatre fonctions dans le contact :

- il sépare les premiers corps, pouvant même limiter leur usure ;
- il transmet la charge (forces normales) ;
- il accommode la vitesse (forces tangentielles) entre les premiers corps ;
- il permet d'évacuer la chaleur du contact.

### I.1.1.2 Le circuit tribologique

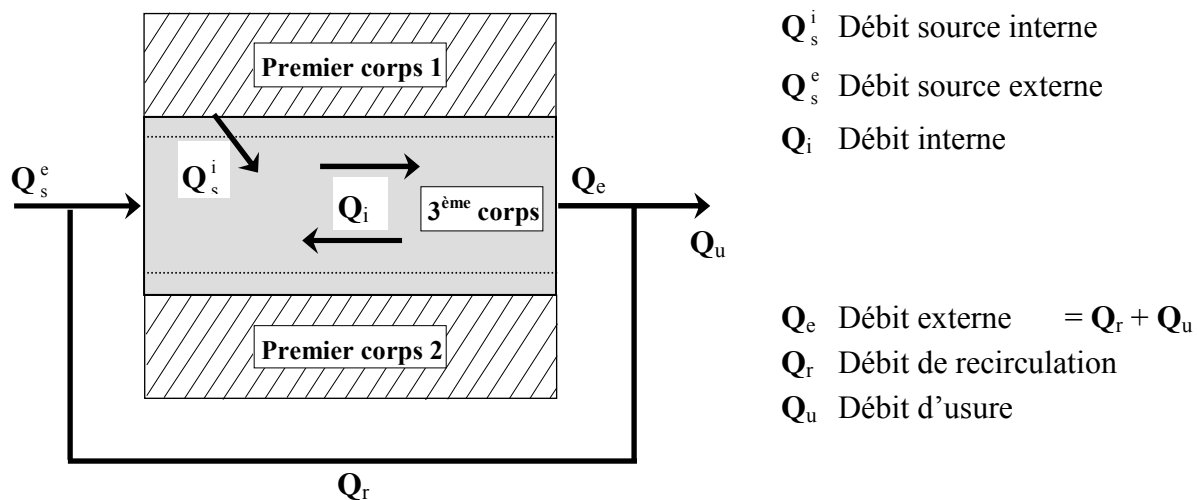


Figure I-2. Représentation schématique du circuit tribologique

L'interface de débris solides (troisième corps) présents entre les deux corps étant soumise à un gradient de vitesse, il est possible de modéliser son mouvement en termes de débits. Le modèle tribologique du troisième corps rejoint ainsi la mécanique des lubrifiants fluides par l'écriture d'équations de débits. On parle ainsi de « rhéologie » du troisième corps.

Les débits de troisième corps constituent le circuit tribologique présenté Figure I-2 et sont :

- le débit source  $Q_s$  correspondant à l'apport extérieur de particules  $Q_s^e$  mais surtout au détachement de particules  $Q_s^i$  issues des deux premiers corps ;
- le débit interne  $Q_i$  correspondant au débit du troisième corps entre les deux surfaces des premiers corps ;
- le débit externe  $Q_e$  correspondant aux particules de troisième corps qui s'échappent du contact ;
- le débit de recirculation  $Q_r$  correspondant à la partie du débit externe qui est réintroduite dans le contact ;

- le débit d'usure  $Q_u$  correspondant à l'autre partie du débit externe, qui est définitivement perdue pour le contact. Une usure élevée des premiers corps se traduit par un débit d'usure important.

Le débit d'usure et le débit source interne sont liés [FILL 04a] [FILL 04b]. En effet, si une couche suffisante de troisième corps existe entre les premiers corps alors chaque particule éjectée du contact est automatiquement remplacée par un élément de matière qui se détache des premiers corps. Le débit d'usure gouverne alors le mécanisme de détachement de particules.

### I.1.1.3 L'accommodation de vitesse

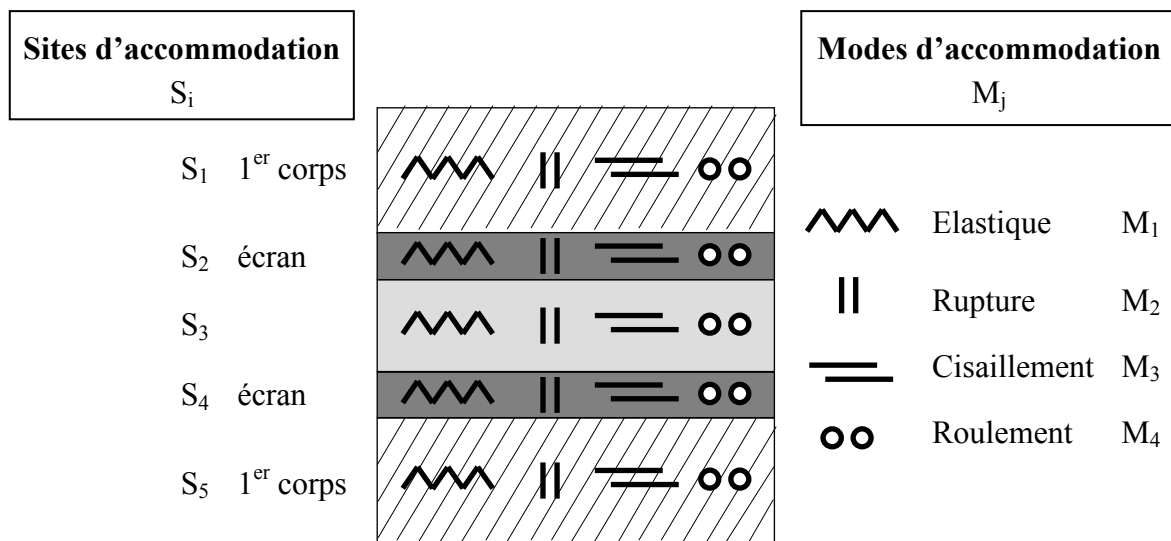


Figure I-3. Représentation schématique des mécanismes d'accommodation de vitesse

Afin d'étudier l'usure et le frottement d'un contact entre deux corps frottants, il est nécessaire de déterminer le lieu et la nature de l'accommodation de vitesse. On parle alors de mécanisme d'accommodation de vitesse  $S_i M_j$  dont une représentation schématique est présentée Figure I-3.

Les  $S_i$  représentent les sites d'accommodation.  $S_1$  et  $S_5$  sont les premiers corps,  $S_3$  représente la partie volumique du troisième corps et  $S_2$  et  $S_4$  sont des écrans. Ils constituent une « peau » à la frontière entre les premiers et le troisième corps.

Les  $M_j$  représentent les modes d'accommodation. Ils sont répertoriés selon quatre types de comportements mécaniques :  $M_1$  la déformation élastique,  $M_2$  la fissuration ou la rupture normale,  $M_3$  le cisaillement et  $M_4$  le roulement.

### I.1.2. La modélisation tribologique

L'un des principaux problèmes dans la compréhension d'un contact frottant vient donc du couplage entre les différents éléments du triplet tribologique. Expérimentalement, la difficulté réside dans l'instrumentation du contact à toutes les échelles du triplet. En effet, s'il est facilement possible d'instrumenter le mécanisme (accéléromètre, capteur de force ...), il est parfois plus difficile d'instrumenter les premiers corps. Il est alors possible d'utiliser une instrumentation sans contact (vibrométrie laser, speckle, holographie...). Cependant il est quasiment impossible d'instrumenter le troisième corps du fait de son échelle et de son confinement entre deux corps.

L'objectif de la modélisation tribologique est donc de contourner ces difficultés d'instrumentation en reconstituant le fonctionnement du contact à partir d'études expérimentales et de simulations numériques.

Ainsi une étude qualitative du débit de troisième corps peut être menée grâce à des essais expérimentaux de visualisation au travers d'éprouvettes transparentes [SLIN 77] [DESC 02]. D'autre part des analyses "post-mortem" du troisième corps sur les surfaces frottantes permettent également d'aider à la modélisation tribologique tout en donnant des grandeurs caractéristiques de la couche de troisième corps.

Numériquement, les mêmes problèmes de différences d'échelles du triplet tribologique sont rencontrés. Il est en effet difficile de modéliser à la fois le mécanisme, les premiers corps et le troisième corps. Ainsi la grande majorité des modélisations numériques permettent soit l'étude du mécanisme et des premiers corps soit l'étude du troisième corps. Le premier type d'étude est plus courant. Ces simulations sont menées soit en utilisant la méthode des éléments finis soit de manière analytique. Il existe également d'autres types de travaux numériques sur le troisième corps tels que [IORD 02] [FILL 02] qui ont pour but l'étude du débit de troisième corps dans le contact. Une autre approche de la prise en compte du troisième corps revient à remplacer la couche de troisième corps par une loi analytique. Une présentation plus approfondie de ces diverses méthodes de modélisation du troisième corps est illustrée Chapitre II.7.

### I.1.3. Contact unilatéral

L'étude du contact entre les deux premiers corps sans prendre en compte le troisième corps remonte à plusieurs siècles. Mais c'est en 1933 que Signorini pose le problème général de l'équilibre d'un corps élastique en contact sans frottement sur une fondation rigide (Figure I-4). Ainsi, lors du contact entre ces deux corps, les conditions de contact unilatéral de type Signorini doivent être satisfaites sur l'ensemble de la frontière de contact  $\Gamma_c$  et sont les suivantes :

$$u^n \leq 0 \quad (I-1)$$

$$F^n \leq 0 \quad (I-2)$$

$$u^n \cdot F^n = 0 \quad (I-3)$$

avec  $u^n$  le déplacement d'un point du contact dans la direction de la normale  $\vec{n}$  et  $F^n$  la composante de la force normale. L'inéquation (I-1) traduit la condition d'impénétrabilité, l'inéquation (I-2) traduit la condition de compression des solides au niveau de l'interface et l'équation (I-3) la condition de complémentarité (si le contact est établi alors  $u^n = 0$  et  $F^n < 0$ , sinon  $u^n < 0$  et  $F^n = 0$ ).

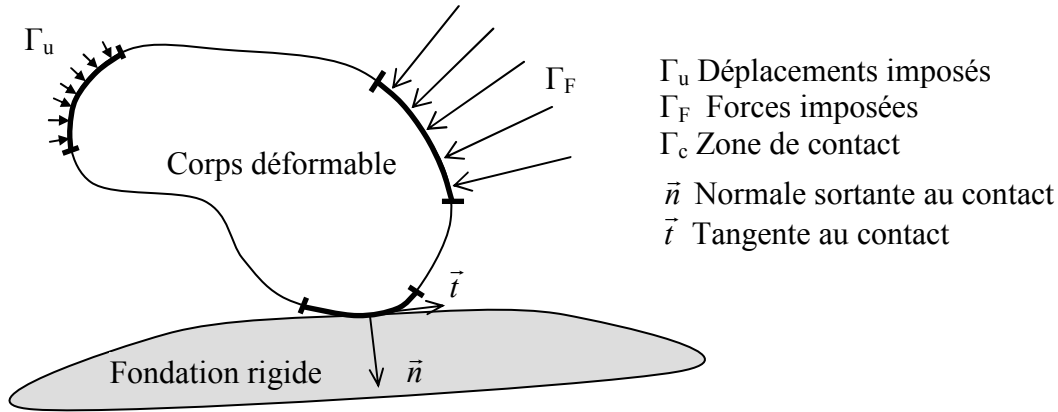


Figure I-4 : Corps élastique en contact sur une fondation solide (problème de Signorini)

### I.1.4. Lois de frottement

Les premiers travaux sur le frottement ont été réalisés par Léonard de Vinci au début du XVI<sup>ème</sup> siècle. Il donne ainsi la première valeur du coefficient de proportionnalité entre la force de frottement et le poids du corps. Il faut attendre deux siècles (fin du XVII<sup>ème</sup> siècle) pour qu'Amontons [AMO 1699] puis Coulomb [COU 1785] reprennent les études de Léonard de Vinci et les développent. C'est à Coulomb que l'on doit les premières lois de frottement.

Nous présentons ici brièvement une partie des lois de frottement. Pour un plus ample descriptif, le lecteur pourra lire Renard [RENA 98].

#### I.1.4.1 Loi de Coulomb ou d'Amontons

La réaction  $\vec{R}$  au point de contact peut se décomposer en une force normale  $F^n$  et une force tangentielle (ou force de frottement)  $F^t$  ( $\vec{R} = F^n \cdot \vec{n} + F^t \cdot \vec{t}$ ).

Historiquement, G. Amontons proposa une loi de proportionnalité entre la force normale  $F^n$  et la force de frottement  $F^t$ . On appelle loi de Coulomb ou d'Amontons toute loi de frottement respectant cette proportionnalité.

La loi de Coulomb s'énonce de la façon suivante :

si  $u^n = 0$  et  $F^n < 0$  (condition de contact) alors :

$\|F^t\| \leq \mu |F^n|$  avec :

$$\begin{cases} \|F^t\| \leq \mu |F^n| \Rightarrow V_{\text{gliss}} = 0 & \text{(adhérence)} \\ \|F^t\| = \mu |F^n| \text{ alors } \exists A \geq 0 \text{ tel que } V_{\text{gliss}} = -A F^t & \text{(glissement)} \end{cases} \quad \text{(I-4)}$$

avec  $\mu$  le coefficient de frottement de Coulomb et  $V_{\text{gliss}}$  la vitesse relative de glissement entre les deux corps en contact.

La loi de Coulomb peut se représenter graphiquement sous forme d'un cône communément appelé cône de Coulomb (Figure I-5).

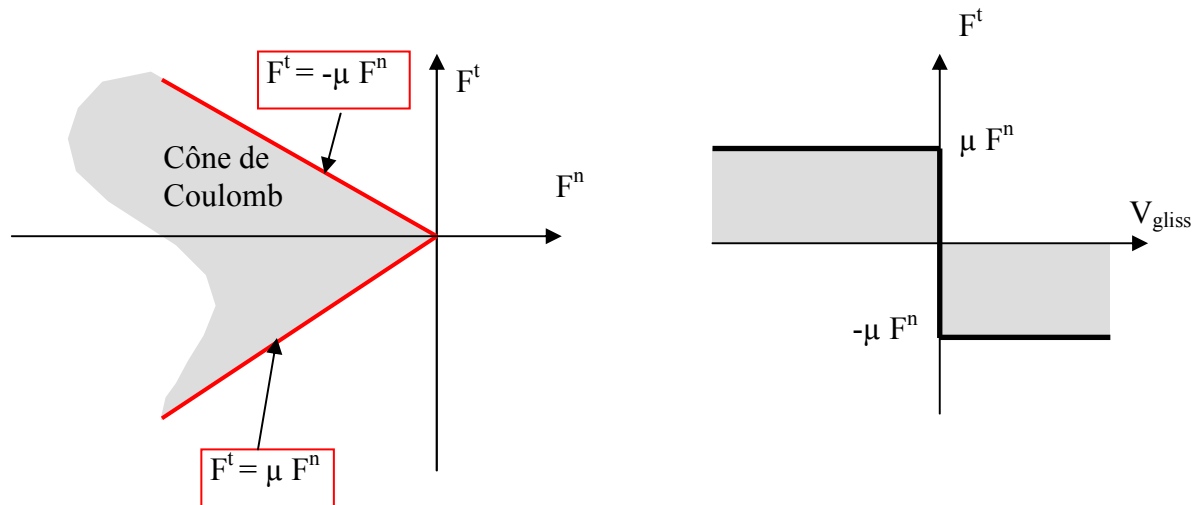


Figure I-5. Représentations de la loi de frottement de Coulomb

#### I.1.4.2 Loi de Tresca

Un autre modèle pour modéliser le frottement, utilisé lorsque les forces normales sont importantes (par exemple pour la simulation de mise en forme de matériau), est appelé loi de Tresca. Contrairement à la loi de Coulomb qui s'exprime en termes de forces (ou de contraintes), la loi de Tresca s'exprime uniquement en contraintes de la façon suivante :

si  $u^n = 0$  et  $F^n < 0$  (condition de contact) alors :

$$\|\sigma^t\| \leq |\sigma_{\max}| \text{ avec :} \quad (I-5)$$

$$\begin{cases} \|\sigma^t\| < |\sigma_{\max}| \Rightarrow V_{\text{gliss}} = 0 & \text{(adhérence)} \\ \|\sigma^t\| = |\sigma_{\max}| \text{ alors } \exists A \geq 0 \text{ tel que } V_{\text{gliss}} = -A \sigma^t & \text{(glissement)} \end{cases}$$

avec  $\sigma_{\max}$  le seuil de Tresca,  $\sigma^t$  la contrainte tangentielle et  $V_{\text{gliss}}$  la vitesse relative tangentielle entre les deux corps en contact.

La Figure I-6 correspond à la représentation graphique de cette loi.

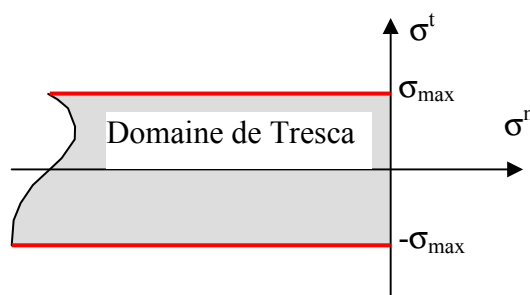


Figure I-6. Représentation graphique de la loi de frottement de Tresca



### I.1.4.3 Lois à coefficient de frottement variable

Il existe plusieurs lois dérivées de la loi de Coulomb intégrant un coefficient de frottement  $\mu$  variable.

Au XVIII<sup>ème</sup> siècle, L. Euler fit une distinction entre  $\mu_s$  le coefficient de frottement statique intervenant dans l'amorçage du glissement et  $\mu_d (< \mu_s)$  le coefficient de frottement dynamique intervenant une fois le mouvement de glissement amorcé (Figure I-7).

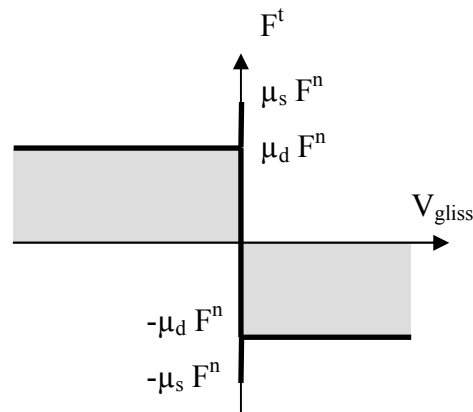


Figure I-7. Représentation de la loi de Coulomb à coefficient statique et dynamique

Dans la littérature, de nombreux résultats expérimentaux et formules empiriques font intervenir la variation du coefficient de frottement en fonction de la vitesse de glissement. Ainsi, la loi de frottement obtenue fait apparaître un coefficient de frottement qui dépend de la vitesse relative entre les deux corps en contact [KLAG 65], [RABI 58], [RABI 65], [RICE 83] comme cela est représenté Figure I-8.

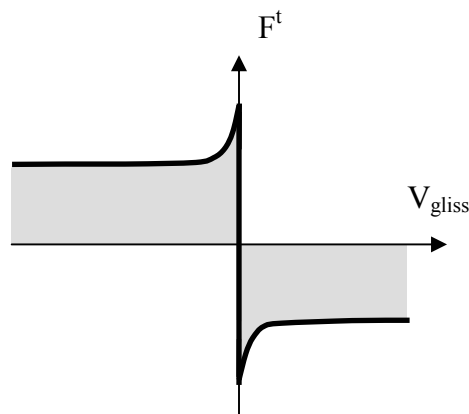


Figure I-8. Représentation de la loi de Coulomb à coefficient de frottement fonction de la vitesse relative

## I.2. INSTABILITES GENEREES DANS UN CONTACT FROTTANT

### I.2.1. Présentation des instabilités

Le déplacement d'un corps en contact sec sur un autre corps en présence de frottement peut générer des instabilités telles que des vibrations auto-entretenues pouvant aller jusqu'à la génération de bruits. De nombreux exemples peuvent être trouvés dans la vie de tous les jours : crissement de freins, son émis par le déplacement de l'archet sur une corde de violon, crissement de la craie sur un tableau, grincement d'une porte... Ces vibrations auto-entretenues peuvent se manifester sous trois formes principales (voir [KO 70], [BROC 70], [CONN 92] et [RABI 65]):

- vibration de type "stick-slip" : enchaînement d'états macroscopiques (ou globaux) glissants (slip) et adhérents (stick). La courbe de déplacement en fonction du temps en "dent de scie" est caractéristique du stick-slip (Figure I-9).

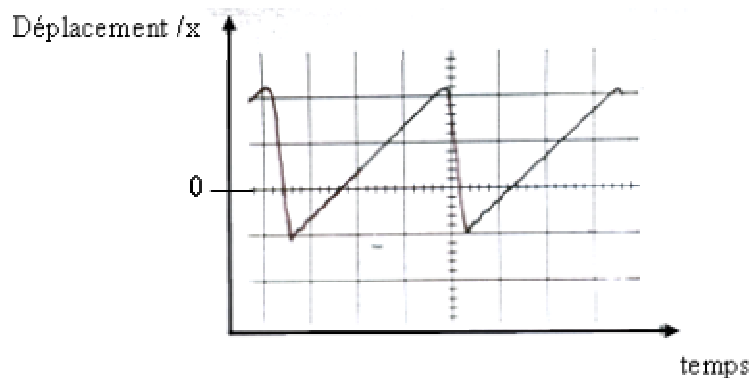


Figure I-9 Oscilloscope typique pour les oscillations de type stick-slip ([KO 70])  
Déplacement : 0.1 mm/division, temps : 50 ms/division

- vibration quasi-harmonique : la vitesse relative varie au cours du temps (glissement non stabilisé) mais n'égale jamais zéro (pas d'état macroscopique adhérent), la courbe de déplacement en fonction du temps est quasiment sinusoïdale (Figure I-10).

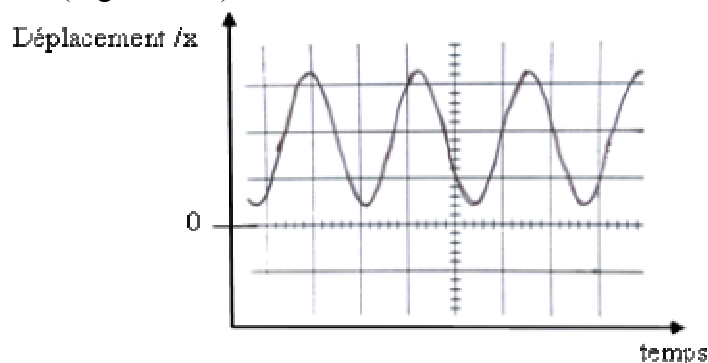


Figure I-10 Oscilloscope typique pour les oscillations quasi-harmoniques ([KO 70])  
Déplacement : 0.1 mm/division, temps : 20 ms/division

- vibration normale : que ce soit les instabilités quasi-harmoniques ou stick-slip, la surface des deux corps frottants reste localement en contact. Au début du siècle, Stoneley [STON 24] a mis en évidence la possibilité pour deux solides en contact ayant des propriétés mécaniques très différentes de subir des ondes normales appelées ondes de Stoneley. En 1977, Comninou et Dundurs [COMN 77] ont montré que de telles ondes normales peuvent aussi se développer au contact entre des corps ayant des propriétés mécaniques similaires. En outre, ils ont mis en évidence [COMN 78] la possibilité d'avoir localement à l'interface une séparation des deux corps, créant ainsi des ondes appelées ondes de "stick-slip-separation" (adhérence-glissement-décollement).

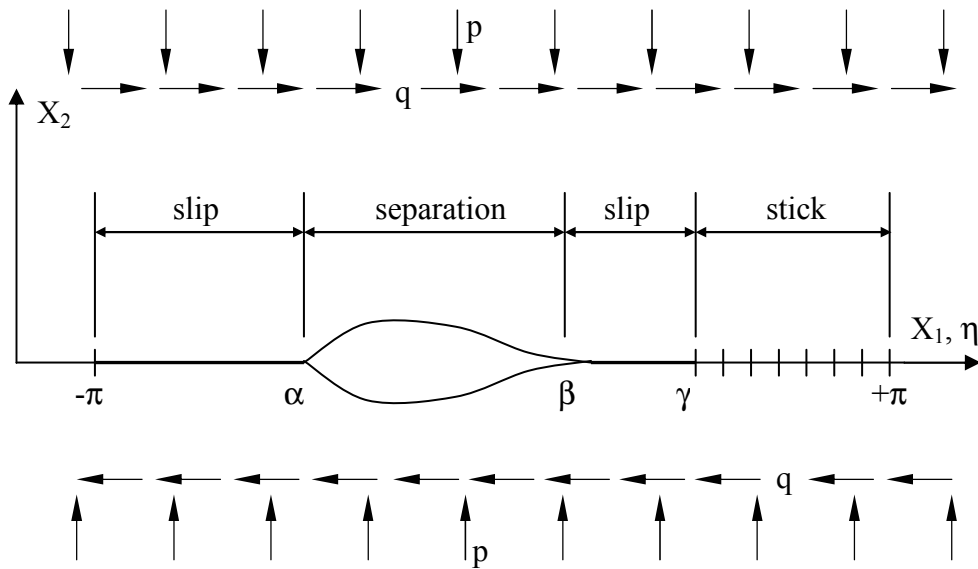


Figure I-11 Représentation du problème formulé par Comninou et Dundurs pour mettre en évidence les ondes de "stick-slip-separation". ([COMN 78])

### I.2.2. Origine des instabilités : revue bibliographique

Les premières recherches concernant le contact et le frottement remontent au XVII<sup>ème</sup> siècle avec [AMO 1699]. Ce n'est cependant que depuis le milieu du XX<sup>ème</sup> siècle que le nombre d'études sur le sujet est devenu très important. Malgré tout, le phénomène d'instabilité n'est pas encore parfaitement compris. Plusieurs publications ont pour objet la synthèse des différents essais expérimentaux, approches semi-analytiques et théories développées sur le frottement du milieu du XX<sup>ème</sup> siècle à nos jours. On peut citer [BOWD 50], [BOWD 64], [CROL 91], [IBRA 92a], [IBRA 92b], ou encore plus récemment [AKAY 02].

Du fait du grand nombre de recherches sur ce sujet depuis de nombreuses décennies et de la disparité des théories, cette revue bibliographique ne se veut pas exhaustive. Nous espérons cependant qu'elle permettra de rendre compte des différentes théories et de leurs évolutions au cours du temps.

I.2.2.1 Variation du coefficient de frottement

- Variation du coefficient de frottement en tant que propriété intrinsèque des surfaces :

Une grande partie des recherches sur le sujet attribue la génération des instabilités à une variation du coefficient de frottement. Dans ces recherches cette variation est attribuée à une propriété intrinsèque des surfaces de contact. Ainsi, dès le milieu du XX<sup>ème</sup> siècle, différents auteurs [SINC 55], [RABI 58] et [BLOK 40] mettent en cause la présence à l'interface d'un coefficient de frottement plus grand que le coefficient de frottement dynamique ou encore la diminution du coefficient de frottement avec la vitesse de glissement entre les deux corps en contact. Ils ont aussi montré que le coefficient de frottement statique peut augmenter avec le temps de repos. Pourtant, d'autres auteurs [JOHA 73] ont montré que le coefficient de frottement statique ne dépend pas du temps de repos mais du taux d'application du chargement tangentiel.

Actuellement la théorie de la variation du coefficient de frottement est encore souvent utilisée pour expliquer et surtout modéliser les instabilités de stick-slip surtout lorsque le contact est géré entre des corps rigides. Un certain nombre d'expériences corrobore cette théorie, comme celles de Van de Velde et De Baets [VELD 98a] et [VELD 98b].

A partir de cette théorie, différents modèles de coefficient de frottement par rapport à la vitesse de glissement sont utilisés pour modéliser l'apparition du stick-slip. Il est par exemple possible de citer une diminution parabolique du coefficient de frottement avec la vitesse de glissement ou encore un modèle simplifié de la courbe de Stribeck. Un résumé de quelques-uns un de ces différents modèles est présenté dans [VELD 98b] ou encore [IBRA 92a].

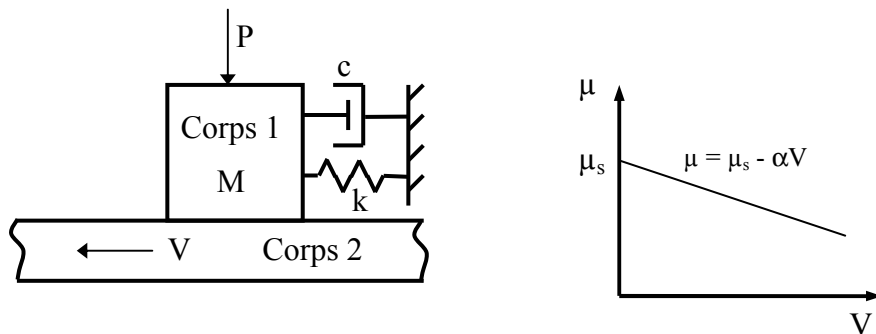


Figure I-12 Représentation du modèle simple (1ddl) du mécanisme d'instabilité  $\mu$ -vitesse de glissement

- Variation du coefficient de frottement induit par les caractéristiques dynamiques et les vibrations du système :

Dès les années 1960, Tolstoi [TOLS 67] montre que la présence d'un coefficient de frottement statique supérieur au coefficient de frottement dynamique n'est pas une propriété intrinsèque de la surface de contact, mais résulte des caractéristiques dynamiques et des vibrations du système. D'autres expériences [GODF 67], [BRON 80] ont mené leurs auteurs à la même conclusion : le coefficient de frottement à l'interface ne diminue pas explicitement en fonction de la vitesse de glissement, et la différence entre les coefficients de frottement

---

statique et dynamique n'est pas une propriété intrinsèque des surfaces de contact, mais est seulement due aux micro-vibrations qui accompagnent le glissement avec frottement.

Oden et Martins [ODEN 85] puis Martins et al. [MART 99] ont mis au point un modèle dans lequel le coefficient de frottement à l'interface reste constant. Ils ont alors pu obtenir des instabilités, montrant ainsi qu'il n'est pas nécessaire d'avoir un coefficient de frottement variant avec la vitesse relative pour générer des instabilités. Dans ce cas, la diminution du coefficient de frottement est une conséquence des vibrations et non une cause. Par la suite, plusieurs auteurs arrivent également à la même conclusion aussi bien numériquement [ADAM 98], [TWOR 91], [TWOR 92], [RAOU 95] qu'expérimentalement [ZEGH 95]. Le paramètre important dans la genèse des instabilités n'est donc pas intrinsèquement le coefficient de frottement mais les micro-vibrations normales et tangentielles.

#### I.2.2.2 Remarques sur la nature du coefficient de frottement dynamique

Tworzydło et al. [TWOR 92], ont présenté une brève discussion sur les phénomènes principaux qui affectent la nature du coefficient de frottement et ainsi jouent sur les mécanismes de génération d'instabilités. Cette étude est résumée dans le Tableau I-1. Chaque phénomène est classé dans l'un des deux groupes (Gr.) suivants :

- A : phénomènes résultant principalement des propriétés intrinsèques de l'interface,
- B : phénomènes associés aux caractéristiques dynamiques du système entier.

N°	Phénomènes	Description	Gr.	Raison-Modèle	Résultats	Poids
1	Instabilité dynamique du système	Augmentation des oscillations aboutissant à un saut normal	B	Couplage entre les oscillations normales et tangentielles	- Oscillations auto-excitées - Stick-slip	++
2a	Dépendance de $\mu_{\text{statique}}$ par rapport au taux d'application du chargement tangentiel	$\mu$ diminue lorsque le taux d'application de la force tangentielle augmentent	A/B	Augmentation de la viscoplasticité ; micro-déplacement initial	Stick-slip	++
2b	Dépendance de $\mu_{\text{statique}}$ par rapport au temps de repos	$\mu$ augmente avec la durée du contact statique	A	Augmentation du glissement dans l'aire de contact ; diffusion	Stick-slip	-
3	Dissipation durant les oscillations normales	Dissipation d'énergie pendant les oscillations due aux déformations viscoplastiques	A/B	- Dissipation plastique - Amortissement viscoélastique et viscoplastique	- Amortissement des oscillations normales - Diminution de $\mu$	++
4	Saut normal	Séparation des surfaces en contact	B	- Augmentation des oscillations des cas instables - Des aspérités au début du glissement	- Diminution de $\mu$ - Excitation des oscillations	++
5	Dépendance de $\mu$ par rapport au chargement normal	Modification de $\mu$ avec le chargement	A	- Cassure de la couche d'oxyde - Déformations plastiques pour des chargements importants	Modification de $\mu$ apparent	+
6	Blocage dynamique des imperfections	Imperfections des surfaces de contact (aspérités)	A/B	Rugosité des surfaces	Excitation des oscillations normales	++

Tableau I-1 Phénomènes ayant une influence sur le frottement. Tableau traduit de [TWOR 92]

### I.2.2.3 Sprag-slip

En se basant sur le principe que des instabilités peuvent être générées lorsque le coefficient de friction est indépendant de la vitesse, notamment lorsque les vitesses mises en jeu sont très importantes, une nouvelle théorie a été développée dans les années 60 [SPUR 61]. Cette théorie s'appuie sur des modèles dits de « sprag-slip ». Ceux-ci prennent en compte l'arc-boutement de l'un des corps, voir Figure I-13. Du fait de l'arc-boutement, il est possible que les corps en contact se bloquent générant ainsi une vibration dans le contact.

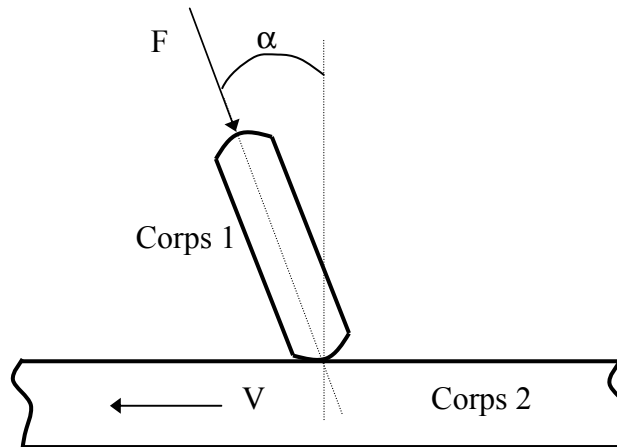


Figure I-13. Représentation du modèle de « sprag-slip »

Ces travaux ont ensuite été repris et développés par différents chercheurs. Il est par exemple possible de citer les travaux de Jarvis et Mills [JARV 63] ou de Earles [EARL 76]. Ils ont permis de montrer que des instabilités dues au couplage entre les degrés de liberté normaux, tangentiels et de torsion peuvent apparaître.

### I.2.2.4 Influence des paramètres matériaux dans l'apparition des instabilités

D'autres paramètres jouent un rôle important dans la génération des instabilités. Dès 1940, Blok [BLOK 40] publie une liste de critères importants pour l'apparition du stick-slip. Ainsi le coefficient d'amortissement des matériaux  $C$  et la raideur  $K$  semblent être des facteurs importants. En effet, il conclut que l'augmentation de  $C$  ou de  $K$  permet de réduire l'amplitude de stick-slip. L'influence de l'amortissement a également été montrée par différents auteurs, (voir par exemple : [TWOR 91]). Certaines recherches [MART 92] montrent également l'influence du coefficient de Poisson sur les instabilités.

## I.2.3. Critères mathématiques de caractérisation d'instabilités

La prédiction d'instabilités dans le comportement d'un mécanisme peut être faite de façon mathématique. Pour cela il est nécessaire de déterminer des critères mathématiques ainsi que des définitions de stabilité. Ces critères mathématiques ne seront que partiellement abordés dans cette thèse. Pour de plus amples détails il est possible de se rapporter aux travaux de Vola [VOLA 98] ou de Moïrot [MOIR 98] [MOIR 00].

### I.2.3.1 Instabilités par divergence et par flottement (« flutter »)

Une position d'équilibre est stable au sens de Lyapounov si et seulement si la solution du problème dynamique, qui admet comme condition initiale la position d'équilibre légèrement perturbée, reste suffisamment proche de cette position au cours du temps. Cet équilibre est dit asymptotiquement stable s'il est stable et qu'à l'infini, cette solution dynamique tend vers la position d'équilibre.

Le théorème de Lyapounov permet d'étudier la stabilité de systèmes non-linéaires. Pour cela, il est nécessaire de faire une étude de la partie réelle ( $\Re$ ) des valeurs propres ( $\lambda_i^*$ ) d'un problème linéarisé de la forme : ([BARB 97], [VOLA 99] et [MOIR 00])

$$(\lambda^2 M^* + K^*)V^* = 0 \quad (I-6)$$

avec  $K^*$  la matrice de raideur,  $M^*$  la matrice de masse et  $V^*$  le vecteur propre.

Le théorème s'énonce alors ainsi ([MOIR 98] [MOIR 00]). :

- si  $\Re(\lambda_i^*) < 0$  pour tout  $i$ , l'équilibre considéré est asymptotiquement stable;
- s'il existe  $i$  tel que  $\Re(\lambda_i^*) > 0$ , l'équilibre considéré est instable;
- si  $\Re(\lambda_i^*) \leq 0$  pour tout  $i$ , et s'il existe  $j$  tel que  $\Re(\lambda_j^*) = 0$  alors il n'est pas possible de conclure.

Dans le cas d'un équilibre instable, il est possible de définir deux types d'instabilités :

- Instabilités par divergence : s'il existe  $i$  tel que  $\Re(\lambda_i^*) > 0$  (équilibre instable d'après le théorème de Lyapounov) et que  $\Im(\lambda_i^*) = 0$  (partie imaginaire de  $\lambda_i^*$ ) alors un mouvement perturbé s'amplifiera sans oscillations.
- Instabilités par flottement : s'il existe  $i$  tel que  $\Re(\lambda_i^*) > 0$  (équilibre instable d'après le théorème de Lyapounov) et que  $\Im(\lambda_i^*) \neq 0$  alors une petite perturbation entraînera un mouvement perturbé s'amplifiant autour d'un mode associé. Ce mouvement sera alors oscillant avec une amplitude croissante.

### I.2.3.2 Bifurcation de Hopf

Contrairement au cas du théorème de Lyapounov, la bifurcation de Hopf ne concerne pas uniquement un équilibre mais une courbe d'équilibre. Le point de bifurcation correspond à une valeur propre qui traverse franchement l'axe des imaginaires, c'est-à-dire avec une vitesse à partie réelle non nulle, alors que toutes les autres valeurs propres sont à partie réelle strictement négative [MOIR 98]. En ce point il y a perte de la stabilité asymptotique de l'équilibre et existence d'une solution périodique dont l'amplitude croît.



---

## I.3. TERMINOLOGIE DES PROBLEMES VIBRATOIRES LIES AU FREINAGE

Le freinage des véhicules roulants occasionne de nombreux phénomènes vibratoires qui s'accompagnent d'émissions sonores. La dénomination de ces divers bruits de freinage n'est pas formalisée. Celle-ci varie en fonction des effets produits mais également des domaines d'activité (industrie automobile ou poids lourd). Certaines vibrations comme le crissement sont de simples nuisances sonores. En revanche d'autres peuvent réduire l'efficacité du freinage voire endommager les pièces mécaniques. Généralement on distingue deux grandes familles de vibrations [RHEE 89] :

- les vibrations de corps rigide (vibrations forcées) apparaissant à basses fréquences (100 à 1000 Hz)
- les vibrations auto-entretenues apparaissant à hautes fréquences (1000 à 18000 Hz)

### I.3.1. Vibrations de corps rigide

Il existe différents types de vibrations de corps rigide. Voici une liste de quelques-unes de ces vibrations accompagnée d'une brève description.

- Les trépidations (judder) : ce sont des vibrations à très basses fréquences (<500 Hz) qui sont ressenties et non audibles. Elles sont dues à des défauts géométriques tels qu'une variation d'épaisseur, un défaut de parallélisme... Les trépidations peuvent également être observées après une forte montée en température lorsqu'il y a apparition périodique de « points chauds », par exemple dans les freins à disque. En effet les différences de température entraînent une dilatation différente en certains points du disque. Le frein est alors excité par ces variations dimensionnelles à une fréquence multiple de la vitesse de rotation, ce qui fait entrer la structure en résonance.
- Le broutement, grognement, grondement (groan) : ce sont des vibrations autour de 100-400 Hz qui sont à la fois ressenties et sources de bruit audible. La source de ces vibrations est un phénomène global d'adhérence-glissement (stick-slip). Les vibrations générées au niveau du contact se transmettent alors à la structure. Le broutement peut nuire à l'efficacité du freinage.
- Le bourdonnement ou ronflement (hum, moan) : ce sont des vibrations de 100 à 500 Hz, de forte amplitude, parfois audibles. Ce type de vibrations apparaît souvent suite à un mauvais retrait des plaquettes de frein qui viennent alors lécher le disque. Ce léchage entraîne l'excitation de l'étrier, qui peut se transmettre à l'ensemble du mécanisme. Ces vibrations peuvent nuire à la sécurité de la conduite et à l'intégrité des pièces mécaniques.

### **I.3.2. Vibrations auto-entretenues**

Une description des différentes vibrations auto-entretenues est donnée ci-dessous.

- Le crissement (squeal) : ce sont des vibrations à hautes fréquences qui sont à l'origine de sons purs et stridents (sons quasi-monochromatiques de forte intensité). Le crissement apparaît principalement à faibles vitesses (de 0 à 30 km/h) et à faibles pressions (0 à 25 bars). Ce type de vibrations n'affecte pas l'efficacité du freinage.
- Le sifflement (squeak) : il s'agit de vibrations proches de celles du crissement mais de courte durée.
- Bruit de brosse, raclement (wire brush) : il s'agit d'un phénomène de pics courts proche de la fréquence du sifflement mais avec plusieurs fréquences et amplitudes aléatoires. Le raclement résulte souvent de la présence de différents sites d'excitation issus d'irrégularités de la partie frottante.